Øving 3, Polplasseringsregulering

Oppgave 1

Gitt systemet : $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$

Dette systemet skal reguleres med modalregulering : $u = g_r\, r - g_1 x_1 - g_2 x_2$.

Det tilbakekoblede system skal ha:
resonansfrekvens, $\omega_0 = 4$ og relativ dempning $\zeta = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

a) Beregn verdiene i $G = [\ g_1 \ \ g_2\ ]$.

b) Bestem g_r slik at $y = r$ stasjonært.

c) Bestem følgeforholdet $M(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)}$ for reguleringssystemet.

d) Tegn blokkskjema for reguleringssystemet.

Løsningsforslag, Øving 3 - Modalregulering

Oppgave 1.

a) Beregning av tilbakekoblingsmatrisen G :

Reguleringsstrategi:

$\dot{x}$ = Ax + Bu = Ax + B (g_rr – Gx) = (A-BG)x + Bg_rr = A_rx + Bg_rr

Reguleringssystemets systemmatrise :

$$A_r = A\text{-}BG = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -g_1 & -(2+g_2) \end{bmatrix}$$

Egenverdiene for det tilbakekoblede reguleringsystem finnes av det [sI-A_r] = 0 :

$$\det\left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -g_1 & -(2+g_2) \end{bmatrix} \right) = \det \begin{bmatrix} s & -1 \\ g_1 & s+2+g_2 \end{bmatrix} =$$

$$s(s+2+g_2) + g_1 \qquad = \qquad s^2 + (2+g_2)s + g_1 = 0$$

Det tilbakekoblede system skal ha resonansfrekvens, $\omega_0 = 4$ og relativ dempning $\zeta = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

Nevneren i transferfunksjonen for et slikt system kan skrives :

$$s^2 + 2\,\zeta\,\omega_0\,s + \omega_0^2 \qquad = \qquad s^2 + 4\sqrt{2}\,s + 16$$

Siden polene / egenverdiene for systemet fines ved å sette nevneren lik 0, kan vi sammenligne denne ligningen med den første ligningen. For at reguleringssystemet skal ha de gitte egenskaper må derfor :

$\underline{\underline{g_1 = 16}}$ og $2 + g_2 = 4\sqrt{2}$, som gir $\underline{\underline{g_2}} = 4\sqrt{2} - 2 \underline{\underline{\approx 3.66}}$

b) Beregning av g_r :

Stasjonært må $\dot{x}_s = A_r x_s + B g_r r_s = 0$ ➔ $x_s = -A_r^{-1} B g_r r_s$ ➔ $y_s = C\,x_s = -CA_r^{-1} B g_r r_s = r_s$

Da må : $-CA_r^{-1}Bg_r = 1$ eller $g_r = -1 / (CA_r^{-1}B)$

$CA_r^{-1}B$ =

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -g_1 & -(2+g_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{g_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(2+g_2) & -1 \\ g_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{g_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{g_1}$$

➔ $\underline{\underline{g_r = g_1 = 16}}$

c) Følgeforholdet M(s) for reguleringssystemet :

$\dot{x} = A_r x + Bg_r r$ Laplacetransformeres til : $sx = A_r x + Bg_r r$. Dette gir :

$[sI - A_r]\, x = Bg_r r$ ➔ $x = [sI - A_r]^{-1} Bg_r r$ ➔

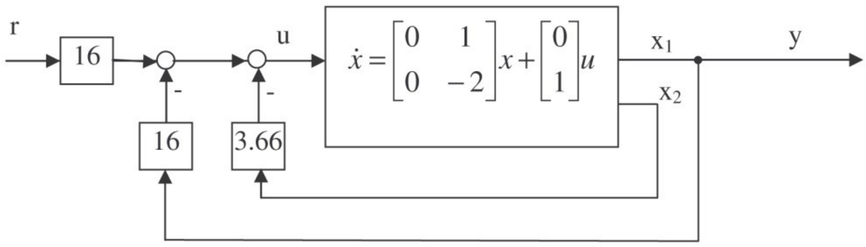
$y = C[sI - A_r]^{-1} Bg_r r = M(s)\, r$ Altså : $M(s) = C[sI - A_r]^{-1} Bg_r$

$$M(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ g_1 & s+2+g_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} g_r = \frac{g_r}{s(s+2+g_2)+g_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+2+g_2 & 1 \\ -g_1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{g_r}{s(s+2+g_2)+g_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix} = \frac{g_r}{s^2+(2+g_2)s+g_1} = \frac{16}{s^2+4\sqrt{2}s+16} = \frac{1}{\left(\frac{s}{4}\right)^2 + 2(\frac{1}{2}\sqrt{2})\frac{s}{4}+1}$$

MERK :
Følgeforholdet, M(s), viser at systemet har riktig resonansfrekvens og dempning!

d) Blokkskjema for reguleringgsystemet:



Øving 4, polplasseringsregulering med integralvirkning

Gitt systemet : $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} v \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \qquad$ der x = $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Systemet reguleres først med : $u = g_r\, r - Gx$, der $G = [g_1 \;\; g_2]$

a) Bestem overføringsfunksjonen mellom v og y , $h_v(s) = \dfrac{y(s)}{v(s)}$

b) Vi ønsker at systemet ikke skal påvirkes av støyen v.
Vi vil med andre ord at $y \rightarrow r$ uavhengig av hvilken verdi v har.

La $v(t) = V$ = konstant. Bestem stasjonærverdien av y når $r = 0$.

Systemet skal så reguleres med : $u = -g_e x_e - Gx = -G_u x_u$,

der $x_u = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_e \end{bmatrix}$, $G_u = [\, g_1 \;\; g_2 \;\; g_e \,]$ og $\dot{x}_e = e = r - y$ (r = referanse)

c) Tegn et blokkdiagram for reguleringssystemet.

d) Bestem A_u , B_u og C_u for det utvidede system med tilstandene $x_u = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_e \end{bmatrix}$

e) Anta igjen at $r = 0$ og $v(t) = V$ = konstant. Beregn stasjonærverdien av y.
Hvordan er dette reguleringssystemet sammenlignet med det første?

Løsningsforslag, øving 4

a) Overføringsfunksjonen mellom v og y , $h_v(s) = \dfrac{y(s)}{v(s)}$

Prosessligning: $\dot{x} = Ax + Bu + Ev$
Målemodell : $y = Cx$
Regulering : $u = g_r r - Gx$

Når vi skal finne overføringsfunksjonen mellom v og y, setter vi r = 0.
Laplacetransformerer : $sx = Ax + Bu + Ev = Ax + B(-Gx) + Ev = (A\text{-}BG)x + Ev$
Dette gir : $[sI - (A\text{-}BG)]x = Ev$
eller : $x = [sI - (A\text{-}BG)]^{-1}Ev$
og : $y = C[sI - (A\text{-}BG)]^{-1}Ev$
ALTSÅ : $h_v(s) = C[sI - (A\text{-}BG)]^{-1}E$

$A_R = (A\text{-}BG) =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_1 & g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_1 & g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2-g_1 & -2-g_2 \end{bmatrix}$$

$$[sI - (A\text{-}BG)]^{-1} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2+g_1 & s+2+g_2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s(s+2+g_2)+(2+g_1)}\begin{bmatrix} s+2+g_2 & 1 \\ -2-g_1 & s \end{bmatrix}$$

$$h_v(s) = C[sI - (A\text{-}BG)]^{-1}E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\frac{1}{s(s+2+g_2)+(2+g_1)}\begin{bmatrix} s+2+g_2 & 1 \\ -2-g_1 & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$h_v(s) = \frac{1}{s^2+(2+g_2)s+2+g_1}\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ -s \end{bmatrix} = \underline{\underline{\frac{-1}{s^2+(2+g_2)s+2+g_1}}}$$

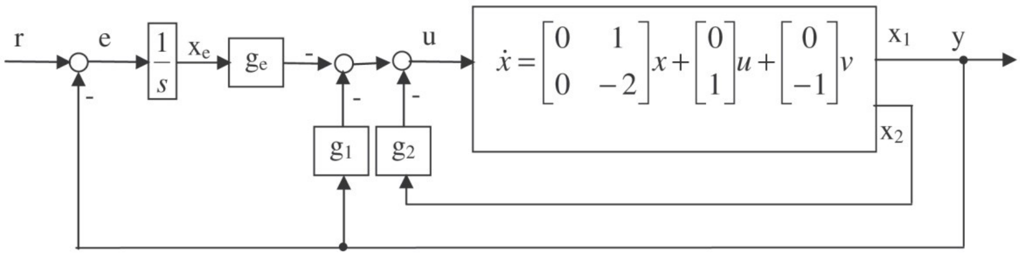
b) $v(t) = V =$ konstant: $v(s) = V/s$
$r = 0$

$$y(s) = h_v(s)v(s) = \frac{-1}{s^2+(2+g_2)s+2+g_1}\cdot\frac{V}{s}$$

Stasjonærverdien y_s bestemmes nå av SLUTTVERDITEOREMET :

$$y_s = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sy(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{-1}{s^2+(2+g_2)s+2+g_1}\cdot\frac{V}{s} = \underline{\underline{-\frac{V}{g_1}}}$$

c) Blokkdiagram for reguleringssystemet med u = - g_e x_e – Gx og $\dot{x}_e$ = e = r – y :



d) Ligningene for det utvidede system med tilstandene $x_u = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_e \end{bmatrix}$:

$\dot{x}$ = Ax + Bu + Ev
$\dot{x}_e$ = r – y = r – Cx :

$$\dot{x}_u = \begin{bmatrix} A & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ -C & 0 \end{bmatrix} x_u + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 1 \end{bmatrix} r = A_u x_u + B_u u + E_u v + F_u r$$

y = x_1 = [1 0 0] x_u = C_u x_u

Altså :

$$A_u = \begin{bmatrix} A & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}} \quad , B_u = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}} \quad \text{og } C_u = \underline{[\,1\ \ 0\ \ 0\,]}$$

e) Stasjonært er $\dot{x}_u$ = 0. Altså : $\dot{x}_e$ = r – y = 0 ➔ y = r uavhengig av verdien av V !

Dette reguleringssystemet har altså veldig mye bedre stasjonære egenskaper enn det første.

Øving 5, Styrbarhet, observerbarhet og RGA - analyse

OPPGAVE 1

a) En prosess kan beskrives med følgende matriseligning:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

Ligningen for målesystemet er : $y = 2x_2$

Avgjør om dette systemet er:
i) styrbart
ii) observerbart

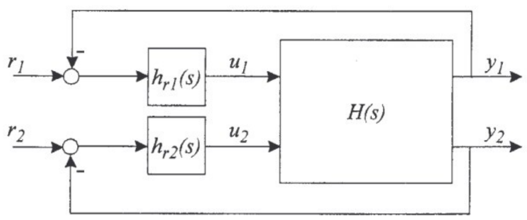
b) En annen prosess beskrives med :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u \quad \text{og } y = [1 \;\; 0]\, u$$

For hvilke verdier av b_1 og b_2 er dette systemet styrbart?

OPPGAVE 2

Anta at vi har en prosess med to utganger, y_1 og y_2, som vi ønsker skal følge referansene r_1 og r_2. Prosessen har to pådragsvariabele, u_1 og u_2. Reguleringsstrategien vi vil forsøke å benytte er vist i figur 1.

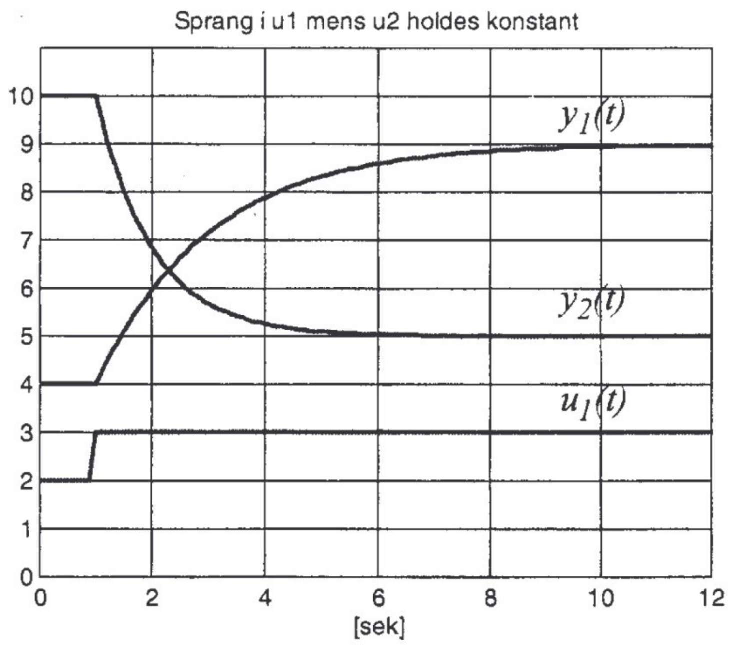


Figur 1

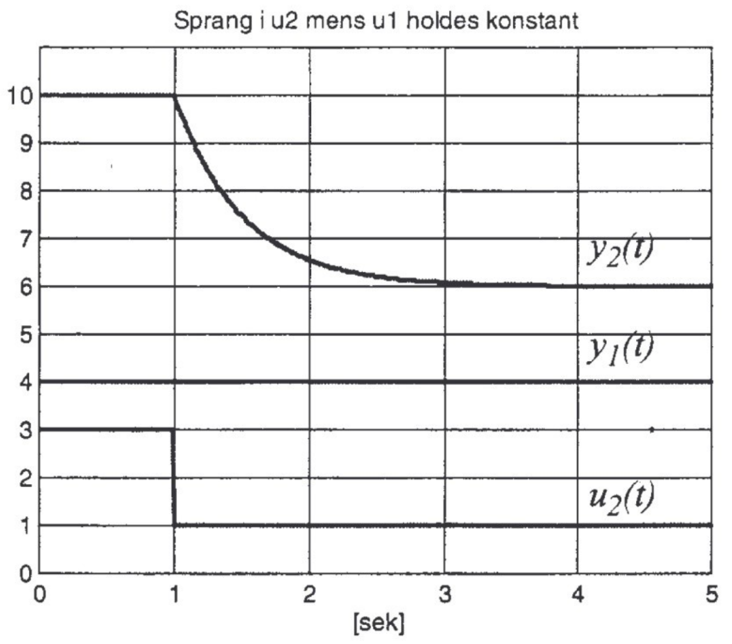
a) Forklar hvorfor vi generelt må være forsiktige med en reguleringsstrategi som vist i figur 1.

b) Figur 2 og figur 3 viser sprangresponsen for prosessen. Bestem ut i fra disse responsene transfermatrisen *H(s)*.

c) Vis ved hjelp av RGA-analyse at den valgte reguleringsstrategien kan brukes for prosessen med responser som vist i figur 2 og figur 3.



Figur 2: Sprangresponsen for prosessen, u_2 = konstant



Figur 3: Sprangresponsen for prosessen, u_1 = konstant

Løsningsforslag, Øving 5

a) **i)** Styrbarhetsmatrise, P = $\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}$

AB = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

det P = det $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ = 0 – 1 = -1 $\neq$ 0 ➔ <u>styrbart</u>

ii) Observerbarhetsmatrise, Q = $\begin{bmatrix} D \\ DA \end{bmatrix}$

DA = $\begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -6 \end{bmatrix}$

det Q = det $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$ = 0 – 0 = 0 ➔ <u>IKKE observerbart!</u>

b) AB = $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 - b_2 \\ -b_1 + b_2 \end{bmatrix}$

det P = det $\begin{bmatrix} b_1 & b_1 - b_2 \\ b_2 & -b_1 + b_2 \end{bmatrix}$ = $b_1(b_2 - b_1) - b_2(b_1 - b_2) = b_1b_2 - b_1^2 - b_2b_1 + b_2^2$

det P = $b_2^2 - b_1^2$

For at det P $\neq$ 0 må $b_2^2 \neq b_1^2$

<u>Systemet er styrbart når $|b_2| \neq |b_1|$</u>

OPPGAVE 2:

a) Vi må generelt være forsiktig med enkeltsløyfe regulering av en multivariabel prosess fordi det kan være sterke koplinger mellom sløyfene. En endring av en referanse vil dermed påvirke alle prosessutgangene, og ikke bare den som ønskes forandret.

b)

$$h_{11}(s) = \frac{y_1(s)}{u_1(s)} = \frac{5}{2s+1},\ h_{12}(s) = \frac{y_1(s)}{u_2(s)} = 0$$

$$h_{21}(s) = \frac{y_2(s)}{u_1(s)} = \frac{-5}{s+1},\ h_{22}(s) = \frac{y_2(s)}{u_2(s)} = \frac{2}{0,5s+1}$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{5}{2s+1} & 0 \\ \frac{-5}{s+1} & \frac{2}{0,5s+1} \end{bmatrix}$$

c) RGA-matrisen:

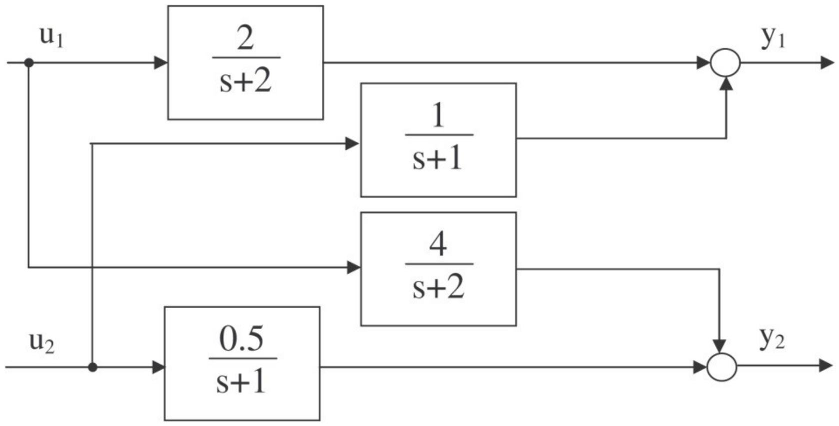
$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & \lambda_1 \end{bmatrix},\ \text{der } \lambda_1 = \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} = \frac{5 \cdot 2}{5 \cdot 2 - ((-5) \cdot 0)} = 1,\ \text{og } \lambda_2 = 1 - \lambda_1 = 0$$

En RGA-matrise $\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ betyr at de to sløyfene u_1 - y_1 og u_2 - y_2 ikke påvirker hverandre og at den valgte reguleringsstrategien egner seg godt for denne prosessen.

Øving 6

OPPGAVE 1 – Enkeltsløyferegulering av multivariabel prosess

En prosess kan beskrives med et blokkskjemaet som vist nedenfor.



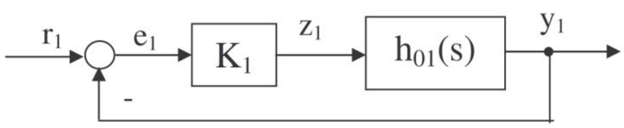
a) Gjør en RGA-analyse av systemet for å finne ut hvordan pådrag og måling bør parres i en enkeltsløyferegulering.

Vi skal nå lage en dekobler med følgende struktur:

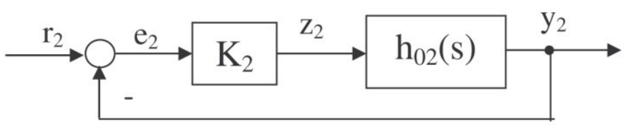
$$u_1(s) = z_1(s) + D_2(s)z_2(s)$$
$$u_2(s) = z_2(s) + D_1(s)z_1(s)$$

b) Bestem D_1 og D_2 slik at målingen y_1 bare er avhengig av u_1, og y_2 bare er avhengig av u_2.

Med denne dekobleren kan vi beskrive reguleringssystemet vårt med to reguleringssløyfer som vist til høyre

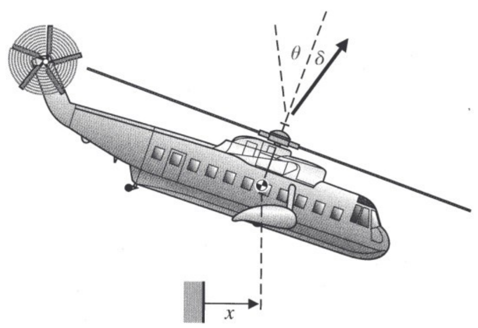


c) Bestem åpen sløyfe transferfunksjon, $h_{01}(s)$ og $h_{02}(s)$ for de to sløyfene.



d) Undersøk om det er mulig å få stasjonært avvik lik null ($e_1 = 0$ og $e_2 = 0$) for de to sløyfene.

OPPGAVE 2 Styring av helikopter



Det skal lages et reguleringssystem for et helikopter som vist i figuren over. Målet med reguleringssystemet er å regulere stigningsvinkelen, θ, ved å justere rotorvinkelen, δ.

Bevegelsen av helikopteret kan beskrives med følgende ligninger:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\sigma_1 \frac{d\theta}{dt} - \alpha_1 \frac{dx}{dt} + n\delta$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = g\theta - \alpha_2 \frac{d\theta}{dt} - \sigma_2 \frac{dx}{dt} + g\delta$$

der: $\sigma_1 = 0.415$, $\sigma_2 = 0.0198$, $\alpha_1 = 0.0111$, $\alpha_2 = 1.43$, $n = 6.27$ og $g = 9.8$

a) Hvor mange tilstander trengs for å beskrive helikopterbevegelsen på tilstandsromform?

b) Beskriv helikopterbevegelsen på tilstandsromform og bestem systemets systemmatrise, A, og pådragsmatrise, B.

c) Vi velger tilstandstilbakekobling, $u = -Gx + G_r r$ som reguleringsstrategi. Hva er r her ? Tegn blokkskjema for reguleringssystemet.

Løsningsforslag, Øving 6

OPPGAVE 1

a)

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+2} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{4}{s+2} & \frac{0.5}{s+1} \end{bmatrix} \qquad \text{Stasjonær forsterkning : } H(0) = K = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

RGA-matrisen $\Lambda = K \otimes (K^{-1})^T$ der $\otimes$ betyr elementmultiplikasjon av de to matrisene.

Beregner først invers av K:

$$K^{-1} = \frac{1}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}} \begin{bmatrix} K_{22} & -K_{12} \\ -K_{21} & K_{11} \end{bmatrix}$$

Dette gir da: $\Lambda = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}} \begin{bmatrix} K_{22} & -K_{21} \\ -K_{12} & K_{11} \end{bmatrix}$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}} \begin{bmatrix} K_{11} \cdot K_{22} & -K_{12} \cdot K_{21} \\ -K_{21} \cdot K_{12} & K_{22} \cdot K_{11} \end{bmatrix}$$

Vi ser at $\lambda_{11} = \lambda_{22} = \dfrac{K_{11} \cdot K_{22}}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}}$ og $\lambda_{12} = \lambda_{21} = \dfrac{-K_{12} \cdot K_{21}}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}}$

Dette viser at $\lambda_{11} + \lambda_{21} = \lambda_{12} + \lambda_{22} = 1$

Slik vil det alltid være:

sum av elementene i linjene = 1
sum av elementene i kolonnene = 1.

Innsatte verdier : $\lambda_{11} = \lambda_{22} = 1 \cdot 0.5/(1 \cdot 0.5 - 1 \cdot 2) = \underline{\underline{-0.33}}$,
$\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1 - \lambda_{11} = 1 - (-0.33) = \underline{\underline{1.33}}$

Dette betyr at vi må benytte følgende par i enkel-sløyferegulering:

u_1 og y_2 u_2 og y_1

Koblingen er imidlertid ikke veldig sterk – og vi har en negativ kobling på tvers : u_1 til y_1 og u_2 til y_2

b)

$y_1(s) = h_{11}(s)\cdot u_1(s) + h_{12}(s)\cdot u_2(s) = h_{11}(s)\cdot[z_1(s) + D_2(s)z_2(s)] + h_{12}(s)\cdot [z_2(s) + D_1(s)z_1(s)]$

$y_2(s) = h_{21}(s)\cdot u_1(s) + h_{22}(s)\cdot u_2(s) = h_{21}(s)\cdot[z_1(s) + D_2(s)z_2(s)] + h_{22}(s)\cdot [z_2(s) + D_1(s)z_1(s)]$

$y_1(s) = [h_{11}(s) + h_{12}(s) \cdot D_1(s)]\, z_1(s) \;+\; [h_{11}(s)\cdot D_2(s) + h_{12}(s)]\, z_2(s) \;=\; h_{01}(s) \cdot z_1(s)$

$y_2(s) = [h_{21}(s) + h_{22}(s) \cdot D_1(s)]\, z_1(s) \;+\; [h_{21}(s)\cdot D_2(s) + h_{22}(s)]\, z_2(s) \;=\; h_{02}(s) \cdot z_2(s)$

Da må:

$$h_{11}(s)\cdot D_2(s) + h_{12}(s) = 0\text{ , som gir : } D_2(s) = -\frac{h_{12}(s)}{h_{11}(s)} = -\frac{\frac{1}{s+1}}{\frac{2}{s+2}} = \underline{\underline{-\frac{0.5s+1}{s+1}}}$$

$$h_{22}(s)\cdot D_1(s) + h_{21}(s) = 0\text{ , som gir : } D_1(s) = -\frac{h_{21}(s)}{h_{22}(s)} = -\frac{\frac{4}{s+2}}{\frac{0.5}{s+1}} = \underline{\underline{-\frac{4(s+1)}{0.5s+1}}}$$

c)

$h_{01}(s) = h_{11}(s) + h_{12}(s) \cdot D_1(s)$, innsatt:

$$h_{01}(s) = \frac{1}{0.5s+1} + \left(\frac{1}{s+1}\right)\cdot\left(-\frac{4(s+1)}{0.5s+1}\right) = \frac{1-4}{0.5s+1} = \underline{\underline{-\frac{3}{0.5s+1}}}$$

$h_{02}(s) = h_{22}(s) + h_{21}(s) \cdot D_2(s)$, innsatt:

$$h_{02}(s) = \frac{0.5}{s+1} + \left(\frac{2}{0.5s+1}\right)\cdot\left(-\frac{0.5s+1}{s+1}\right) = \frac{0.25s+0.5-s-2}{(0.5s+1)(s+1)} = -\frac{0.75s+1.5}{(0.5s+1)(s+1)} = \underline{\underline{-\frac{1.5}{(s+1)}}}$$

d) Merk at h_{01} og h_{02} begge har negativt fortegn ! Da må vi ha negativ forsterkning i regulatoren – eller benytte positiv tilbakekobling.

Stasjonært avvik : $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot e(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot N(s) \cdot r(s) = \lim_{s\to 0} N(s) \cdot R$, når $r(t) = R$

For å få $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$, må vi derfor ha $\lim_{s\to 0} N(s) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{1+K\cdot h_0(s)}\right) = 0$

$e_1 \rightarrow 0$? $\quad N_1(s) = \left(\frac{1}{1+K_1\cdot h_{01}(s)}\right) = \frac{(0.5s+1)}{(0.5s+1)+K_1(-3)} \xrightarrow[s\to 0]{} \frac{1}{1-3K_1} \neq 0$

$e_2 \rightarrow 0$? $\quad N_2(s) = \left(\frac{1}{1+K_2\cdot h_{02}(s)}\right) = \frac{(s+1)}{s+1+K_2(-1.5)} \xrightarrow[s\to 0]{} \frac{1}{1-1.5K_2} \neq 0$

Begge sløyfene gir stasjonært avvik. Avviket for sløyfe 2 avtar med økende forsterkning ($-K_2$)

OPPGAVE 2

a) To tilstander for hver av de to annen ordens differensialligningene ➔ 4 tilstander

b)

Setter $x_1 = \theta$, $x_2 = \dfrac{d\theta}{dt}$, $x_3 = x$ og $x_4 = \dfrac{dx}{dt}$. Pådraget er rotorvinkelen : $u = \delta$

Tilstandslikningene blir da:

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = -\sigma_1 x_2 - \alpha_1 x_4 + nu$

$\dot{x}_3 = x_4$

$\dot{x}_4 = g x_1 - \alpha_2 x_2 - \sigma_2 x_4 + gu$

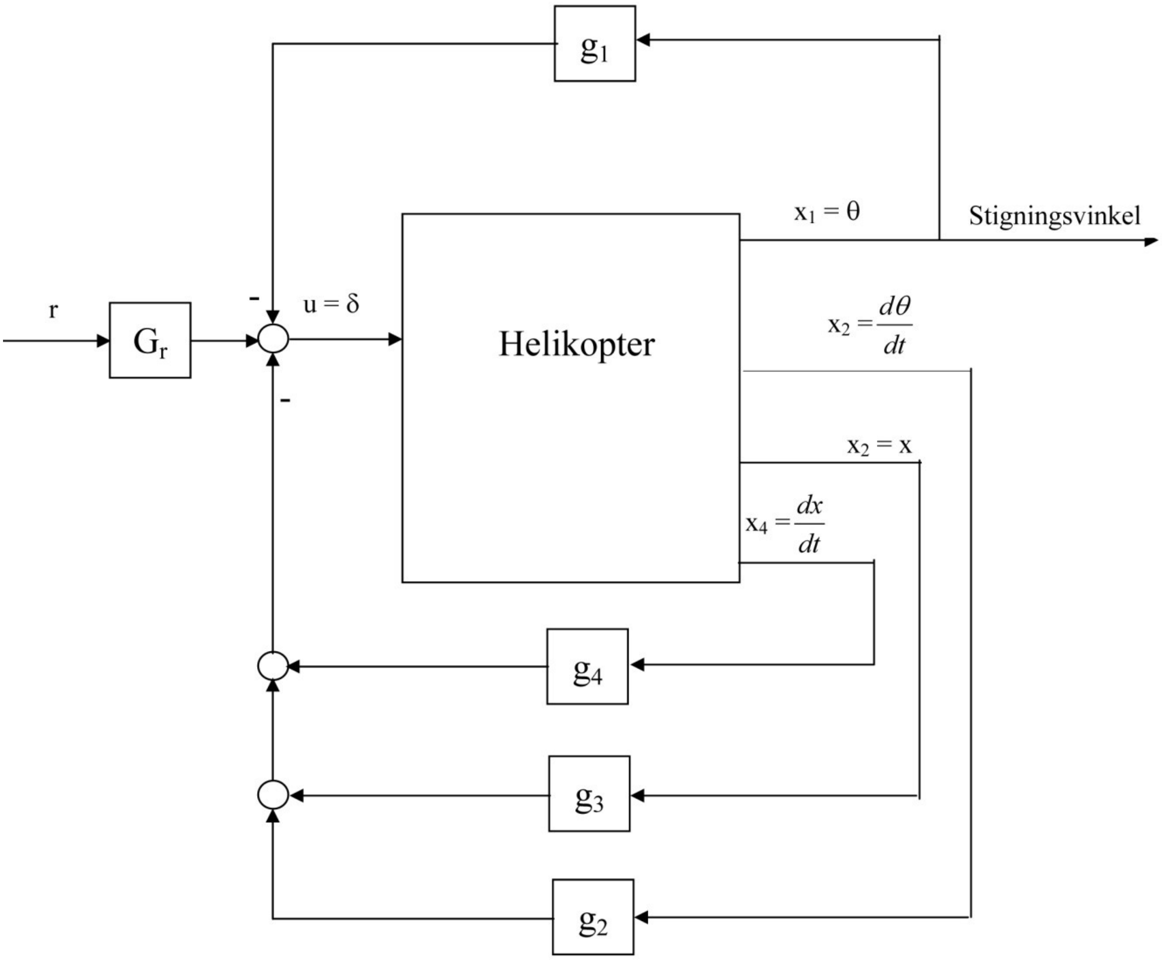
På matriseform: $\dot{x} = Ax + Bu$, med :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_1 & 0 & -\alpha_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ g & -\alpha_2 & 0 & -\sigma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.415 & 0 & -0.0111 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 9.8 & -0.0198 & 0 & -1.43 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ n \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.27 \\ 0 \\ 9.8 \end{bmatrix}$$

c) Vi ønsker å regulere stigningsvinkelen, θ. Referansen, r, er derfor ønsket verdi for stigningsvinkelen.

Reguleringsstrategi : $u = -Gx + G_r r = -[\,g_1 \;\; g_2 \;\; g_3 \;\; g_4\,]\,x + G_r r$

Blokkskjema for reguleringssystemet er vist på neste side


g1
x1 = θ
Stigningsvinkel
r
Gr
-
u = δ
Helikopter
x2 = dθ/dt
-
x2 = x
x4 = dx/dt
g4
g3
g2